



CURSO: ELECTRÓNICA ANALÓGICA

UNIDAD 4: FILTROS ACTIVOS - TEORÍA

PROFESOR: JORGE ANTONIO POLANIA

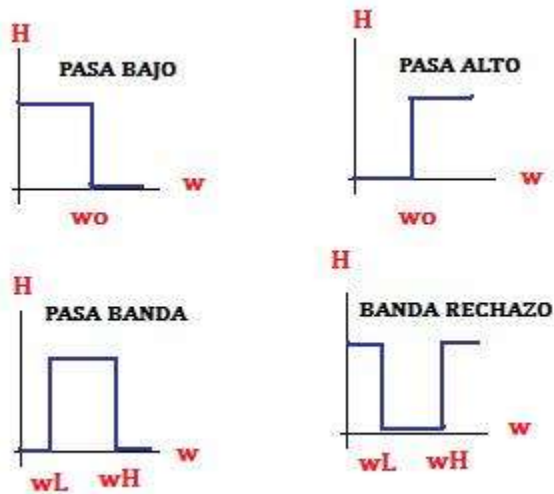
Un filtro analógico es un circuito que procesa señales sobre una base que depende de la frecuencia. Pueden ser filtros pasa bajos, pasa altos, pasa banda o banda rechazo, según deje pasar una gama de frecuencias de una determinada señal. Su comportamiento se llama respuesta en frecuencia y se expresa mediante una función de transferencia. En esta unidad se estudiará este tipo de filtros de primero y segundo orden, se harán simulaciones y los laboratorios con la siguiente metodología propia de Ceduvirt.

En esta unidad usted aprenderá a realizar los diferentes tipos de filtros activos con amplificadores operacionales tanto de primero como de segundo orden: Filtros pasa bajas, pasa altos, pasa bandas y banda rechazo (Notch). Los filtros procesan señales que dependen de la frecuencia, su comportamiento se mide por su respuesta en frecuencia y se expresa por una función de transferencia, de la siguiente forma:

$$H(s) = \frac{a(m) * s^m + a(m - 1) * s^{m-1} + \dots + a(1) * s + a(0)}{b(n) * s^n + a(n - 1) * s^{n-1} + \dots + b(1) * s + b(0)}$$

s es una variable que depende de la frecuencia angular w, a y b son los coeficientes del filtro.

A continuación se presentan los diferentes tipos de filtros con su curva de transferencia o respuesta en frecuencia para casos ideales.



El filtro pasa bajo deja pasar las señales con frecuencias hasta w_0 (frecuencia de corte), el pasa alto las señales que tengan frecuencias superiores a w_0 , el pasa banda las señales con frecuencias entre w_L y w_H y el banda rechazo rechaza las señales entre w_L y w_H .

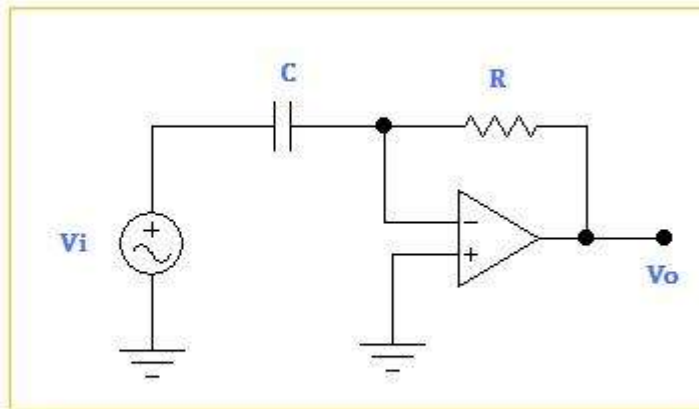
El diseño de filtros de orden mayor es más complejo, utilizan algoritmos como el de Butterworth, Chebyshev, Bessel, entre otros, pero Microchip tiene un software para el diseño de estos filtros y se encuentra en el siguiente enlace:

http://www.microchip.com/pagehandler/en_us/devtools/filterlab-filter-design-software.html

1. FILTROS DE PRIMER ORDEN

DIFERENCIADOR INVERSOR

En el circuito de la figura se tienen un filtro de primer orden pasa alto o diferenciador con sus correspondientes ecuaciones.



$$V_o = RC \cdot s \cdot V_i$$

Función de transferencia

$$H(s) = V_o / V_i = RC \cdot s$$

$$H(j\omega) = RC \cdot j\omega$$

Si ω_0 = frecuencia de corte

$$\omega_0 = 1 / (RC), \text{ entonces,}$$

$$H(\omega) = -j\omega / \omega_0$$

Magnitud $H = \omega / \omega_0$

Angulo de fase = -90°

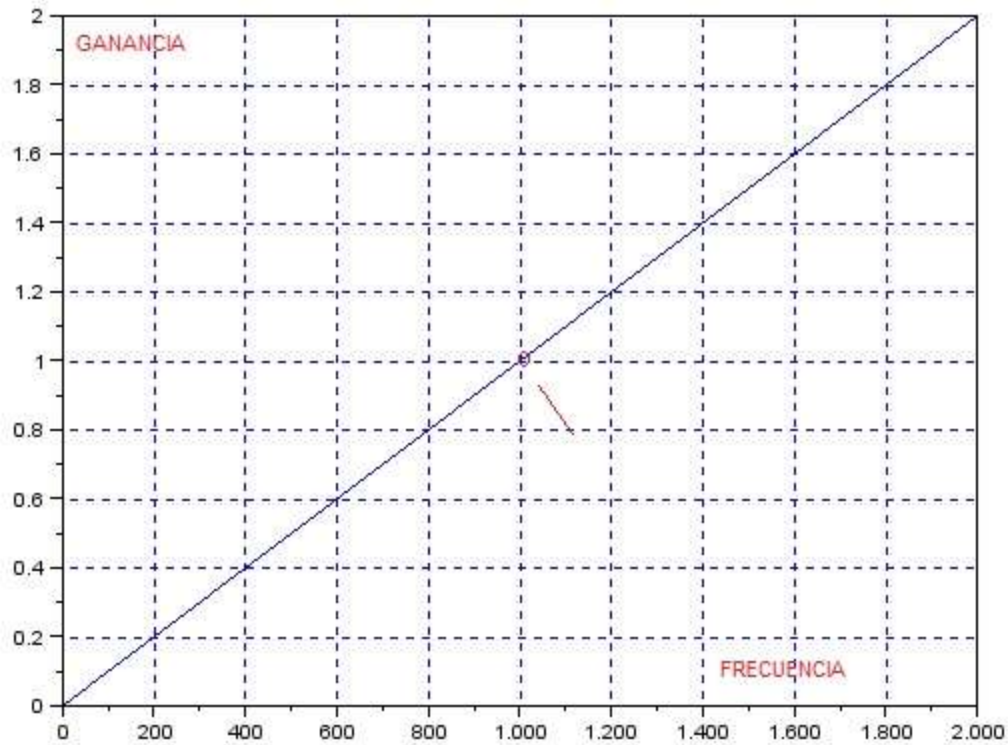
PROGRAMA EN SCILAB

Ejemplo de un diferenciador inversor para una frecuencia de 1Khz, usando una $R = 10K\Omega$

```
*DiferenciadorInversor.sce
1 //FILTRO - INTEGRADOR
2 fo=1000; //fo=1Khz
3 R=10*10^3; //R=10K
4 //fo=1/(2*pi*R*C), despejando
5 C=1/(2*pi*R*fo);
6 print(%io(2),C,R)
7 // C=1.59D-08=16nF=0.016uF
8
9 //RESPUESTA EN FRECUENCIA
10 f=[0:100:2000];
11 //H=w/wo=f/fo;
12 H=f/fo;
13 plot(f,H)
14 xgrid(2)
```

Como se observa el programa arrojó un resultado de un $C=0.016\mu\text{F}$

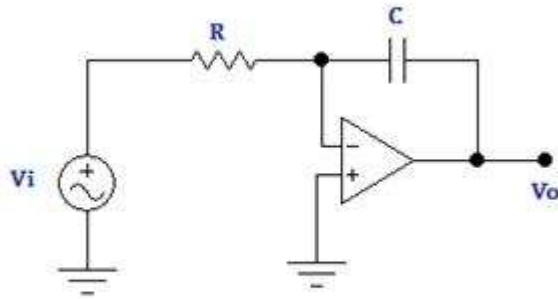
Respuesta en frecuencia.



Observe que para la frecuencia de 1000 Hz, la ganancia es unitaria.

INTEGRADOR INVERSOR

El filtro pasa alto deja pasar las señales que tengan una frecuencia superior a la frecuencia de corte ω_0 . Su circuito y ecuaciones son las siguientes.



$$H(s) = V_o / V_i = -1 / (RC \cdot s)$$

Frecuencia de corte ω_0

$$\omega_0 = 1 / (RC)$$

$$H(\omega) = -1 / (j\omega / \omega_0)$$

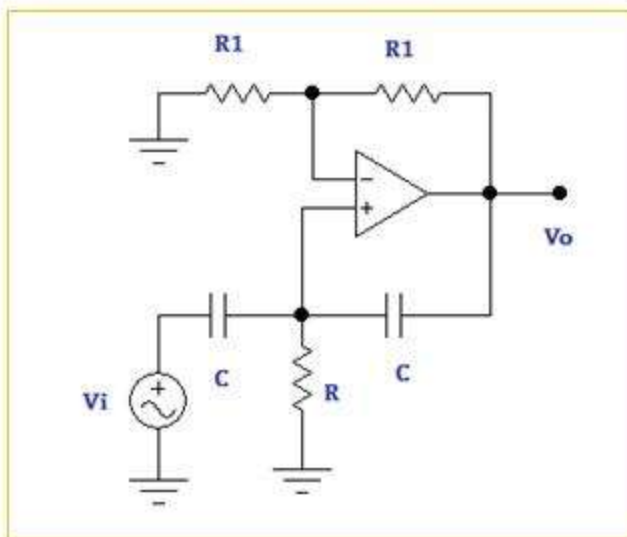
Magnitud: $H = 1 / (\omega / \omega_0)$

Angulo: $\phi = 90^\circ$

En ω_0 la ganancia es unitaria, esto es, $H(\omega_0) = H_0 = 1$

DIFERENCIADOR NO - INVERSOR

La señal de entrada está en la entrada no inversora de operacional.



Función de transferencia

$$V_o / V_i = j\omega \cdot 2R \cdot C = j\omega / \omega_0$$

$$\omega_0 = 1 / (2RC)$$

Si se quiere que la ganancia unitaria ocurra en $f = 100$ Hz

Para un $C = 10$ nF

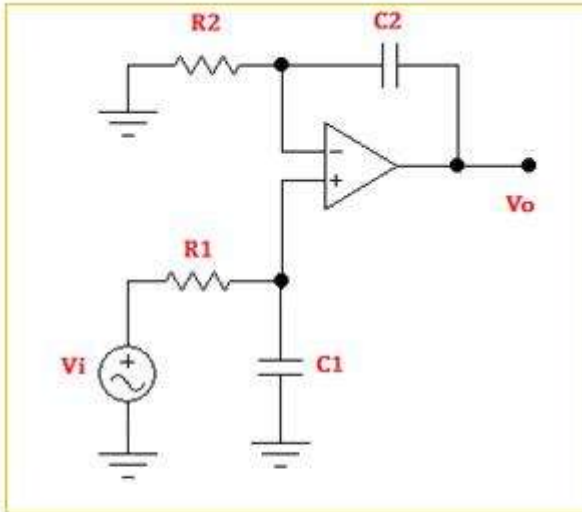
$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 2 \cdot 3.14 \cdot 100 = 628$$

$$628 = 1 / (2 \cdot R \cdot C) = 1 / (2 \cdot R \cdot 10 \text{ nF})$$

Despejando $R \approx 80$ K Ω

Puede usarse $R1 = 100$ K Ω

INTEGRADOR NO - INVERSOR



$$R1 \cdot C1 = R2 \cdot C2$$

Función de transferencia

$$V_o / V_i = 1 / j(\omega R1 C1) = 1 / j(\omega / \omega_0)$$

Magnitud: $H = \omega_0 / \omega = f_0 / f$

$$\omega_0 = 1 / (R1 \cdot C1),$$

Por Ejemplo si se quiere una Ganancia de 20 dB en $f = 100\text{Hz}$, entonces:

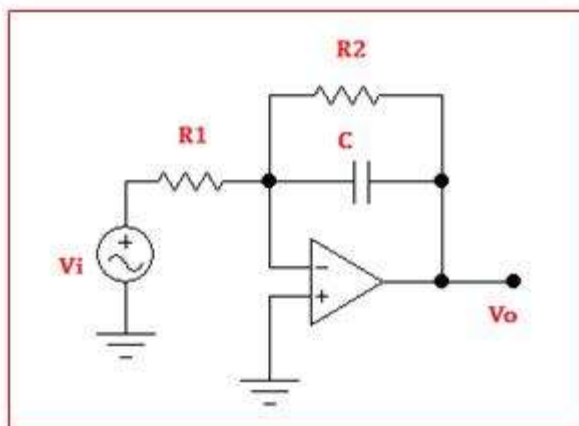
$$H(\text{dB}) = 20 \cdot \log(f_0 / f) = 20$$

$$f_0 / f = 10, f_0 = 1000 \text{ Hz}, \omega_0 = 6280$$

$$\text{sea } C1 = C2 = 10 \text{ nF}$$

$$\text{despejando en } \omega_0, R1 = R2 \approx 16 \text{ k}\Omega$$

FILTRO PASA BAJOS (INTEGRADOR)



Función De transferencia

$$H(s) = V_o / V_i$$

$$H(s) = H_0 \cdot 1 / (1 + j\omega / \omega_0)$$

$$H_0 = -R2 / R1$$

$$\omega_0 = 1 / (R2 \cdot C)$$

A esta frecuencia la Ganancia cae - 3 dB

EJEMPLO

Si para $f_0 = 1\text{Khz}$ la ganancia de un filtro pasa bajas es de 20 dB, $R_1=20\text{K}\Omega$, hallar R_2 y C

Solución

$H_0(\text{dB}) = 20 \text{ dB} = 20 \cdot \log(H_0)$, entonces,

$\log(H_0) = 20 / 20 = 1$, $H_0 = 10^1 = 10$

$H_0 = R_2/R_1$, $10 = R_2/ 20\text{K}$, despejando, $R_2 = 200\text{k}\Omega$

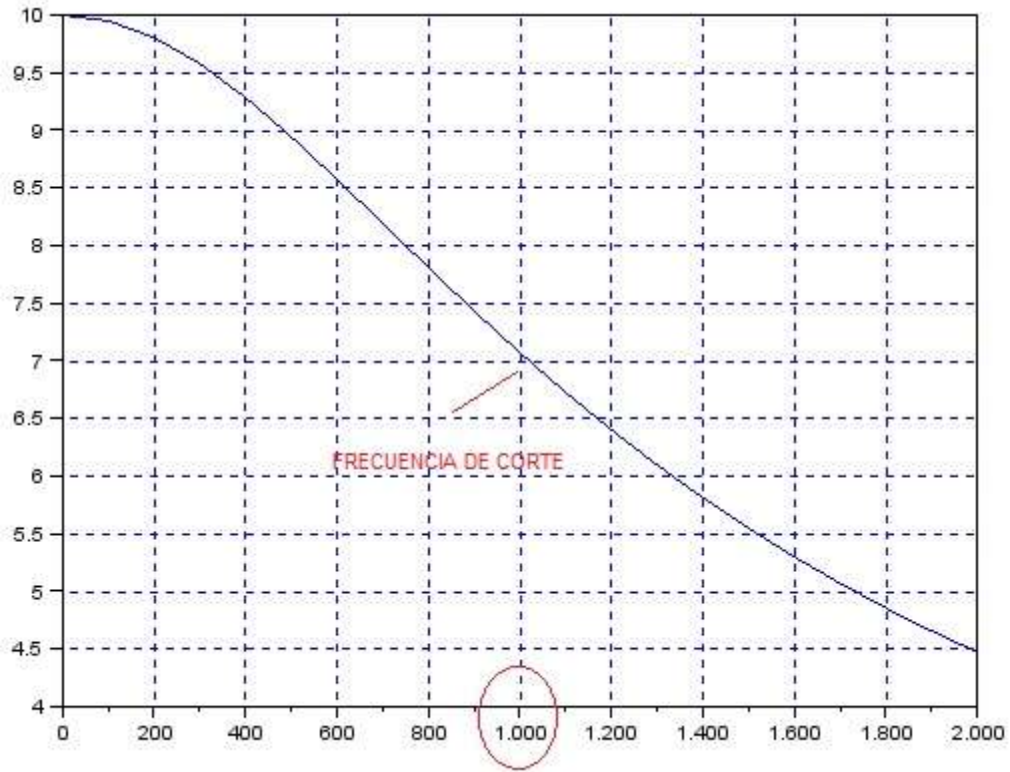
$\omega_0 = 1/(R_2 \cdot C)$, $2 \cdot \pi \cdot f_0 = 2 \cdot 3.14 \cdot 1000 = 1 / (200\text{K} \cdot C)$

despejando: $C = 0.8 \text{ nF}$

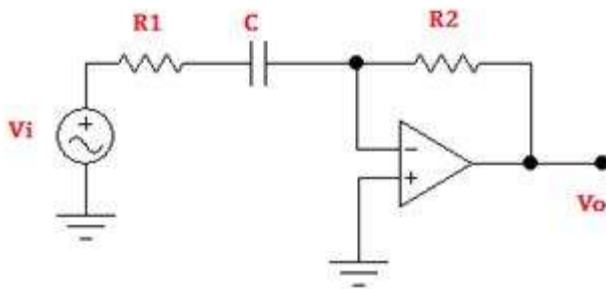
PROGRAMA EN SCILAB

```
//FILTRO INTEGRADOR
fo=1000; --- //fo=1Khz
R1=20e3; --- //R1=1K
HodB=20; --- //Ganancia=20DB
Ho=10^(HodB/20)
R2=Ho*R1
//fo=1/(2*pi*R2*C)
C=1/(2*pi*R2*fo)
//Respuesta R2=200000=20K, C=7.958D-10=0.8e(-9)=0.8nF, Ho=10
f=[0:100:2000];
//H=Ho/sqrt(1+(f/fo)^2);
H=ndiv(Ho, sqrt(1+(f/fo)^2))
plot(f, H)
xgrid(2)
```

Respuesta del filtro



FILTRO PASA ALTOS (DERIVADOR)



Función De transferencia

$$H(s) = V_o / V_i$$

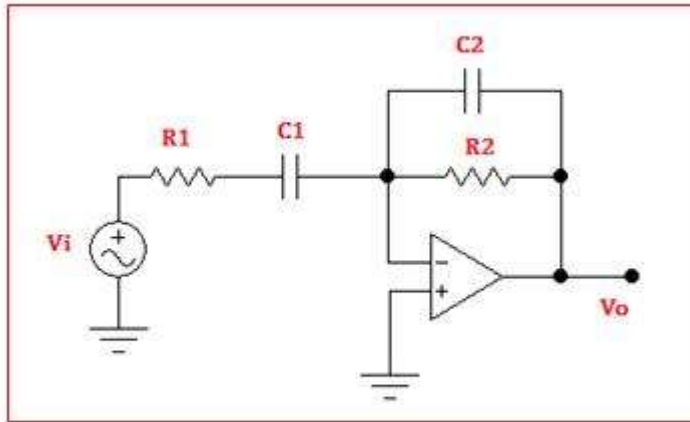
$$H(s) = H_o \cdot j(\omega/\omega_o) / (1 + j\omega/\omega_o)$$

$$H_o = -R_2/R_1$$

$$\omega_o = 1 / (R_1 \cdot C)$$

A esta frecuencia la Ganancia cae - 3 dB

FILTRO PASA BANDA



Función De transferencia

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = -z_2 / z_1$$

$$H(s) = H_o * \frac{jw/wL}{(1 + \frac{jw}{wL})(1 + \frac{jw}{wH})}$$

$$H_o = -R_2/R_1$$

$$wL = 1 / (R_1 * C_1), wH = 1 / (R_2 * C_2)$$

A estas frecuencias la Ganancia cae - 3 dB

wL es la frecuencia de corte en bajas

wH es la frecuencia de corte en altas

EJEMPLO

Encontrar los componentes del filtro pasa banda para el rango de audio, $fL=20$ Hz, $fH=20$ Khz con ganancia de 20 dB

Solución

$H_o(\text{dB})=20 \text{ dB} = 20 * \log(H_o)$, entonces, $H_o=10$

$H_o=R_2/R_1$, $10=R_2/R_1$, se puede tomar , $R_1=10\text{K}\Omega$ y $R_2=100\text{K}\Omega$

$fL=20$, $wL=1/(R_1 * C_1)$, $2 * 3.14 * 20 = 1/(10\text{K}\Omega * C_1)$, $C_1=0.8 \text{ uF}$

$fH=20000$, $wH=1/(R_2 * C_2)$, $2 * 3.14 * 20000 = 1/(100\text{K}\Omega * C_2)$, $C_2=80 \text{ nF}$

PROGRAMA EN SCILAB

```
//FILTRO PASA-BANDA
fL=20;
fH=20000 //fH0=20Khz
//Ganancia=Ho=-R2/R1
HodB=20;
Ho=10^(20/HodB)
//Ho=10
R1=10^3 //R1=10K
R2=Ho*R1
//R2=100K
//fL=1/(2*pi*R1*C1)
C1=1/(2*pi*fL*R1)
//C1=0.0000080=8*10^-5=0.8uF=800nF
//fH=1/(2*pi*R2*C2)
C2=1/(2*pi*fH*R2)
//C1=7.958D-10=0.08uF=80nF

//Respuesta en frecuencia
f=[0:100:30000];
//H=Ho/sqrt((1+(f/fL)^2)*(1+(f/fH)^2));
H=pdiv(Ho.*f./fL,sqrt((1+(f/fL)^2).* (1+(f/fH)^2)));
plot(f,H)
xgrid(2)
```

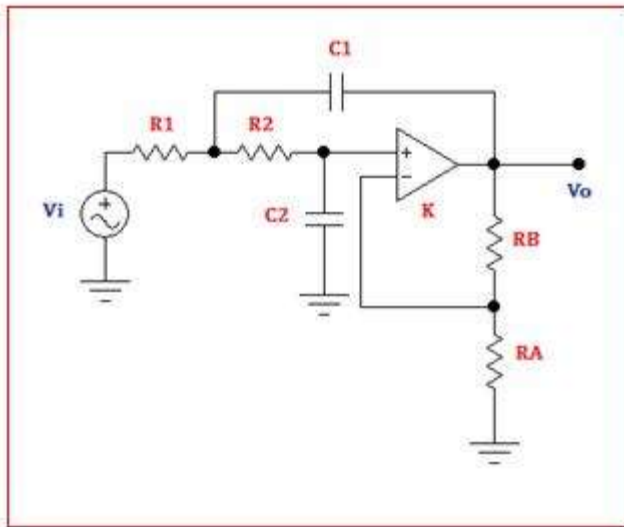
Respuesta del filtro



2. FILTROS KRC (SALLEN-KEY) DE SEGUNDO ORDEN

Son filtros cuya función de transferencia es de segundo orden o grado. Utilizan realimentación positiva y usan un operacional de ganancia finita K

FILTRO KRC PASA BAJAS



K=Ganancia del AO

$$K=1+R_B/R_A$$

Función De transferencia

$$H(s) = V_o / V_i$$

$$H(s) = H_o * \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j \frac{\omega/\omega_o}{Q}}$$

$$H_o = K$$

Con componentes iguales:

$$R_1=R_2=R, C_1=C_2=C$$

$$\omega_o=1/(R*C), Q=1/(3-K)$$

EJEMPLO

Encuentre los componentes de un filtro pasa bajos KRC con $f_o=1$ Khz y un factor de calidad del filtro de $Q=5$. Suponer $C=10$ nF= $C_1=C_2$

Solución

$$\omega_o=1/RC, 2*\pi*f_o=1/R*10nF, R\approx 16K\Omega=R_1=R_2$$

$$K=3 - 1/Q, K=3 - 1/5= 2.8$$

$$K=1+R_B/R_A, 2.8= 1+R_B/R_A, R_B/R_A=1.8$$

$$\text{Si } R_A=10K\Omega, R_B=18K\Omega$$

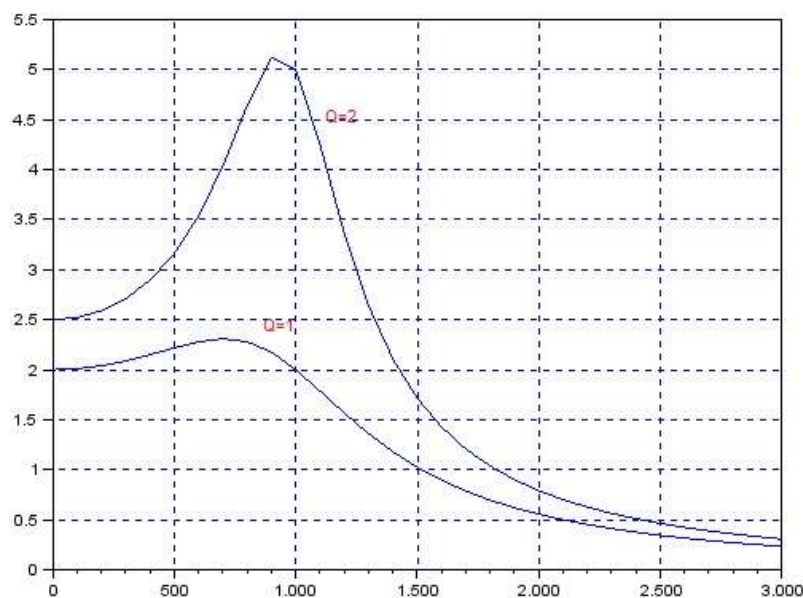
PROGRAMA EN SCILAB

```
//FILTRO-KRC-PASA-BAJAS
fo=1000;
Q=1;
C=10*10^-9; //C=10nF
C1=C; C2=C;
RA=10000; //Ra=10K
//Q=1/(3-K), despejando
K=3-1/Q;

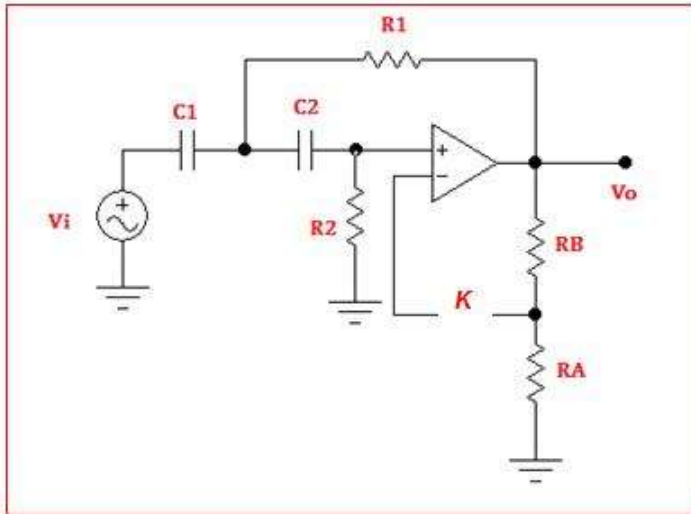
//Ganancia=Ho=K
Ho=K;
//fo=1/(2*pi*R*C), despejando
R=1/(2*pi*fo*C);
R1=R; R2=R;
//K=1+RB/RA, despejando
RB=(K-1)*RA;
print(%io(2), R, RA, RB, Ho, Q, fo)
//fo =1000. Q =1. Ho =2. RB =10000. RA =10000. R =15915.494 (16K)

//Respuesta en frecuencia Ganancia vs frecuencia
f=[0:100:3000];
//H=Ho/sqrt((1-(f/fo)^2)^2+(f/fo)^2/Q^2);
H=pdiv(Ho, sqrt((1-(f/fo)^2)^2+(f/fo)^2/Q^2));
plot(f, H)
xgrid(2)
```

Respuesta en frecuencia del filtro



FILTRO KRC PASA ALTAS



K=Ganancia del AO

$$K=1+R_B/R_A$$

Función De transferencia

$$H(s) = V_o / V_i$$

$$H(s) = H_o * \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_o} \frac{1}{Q}}$$

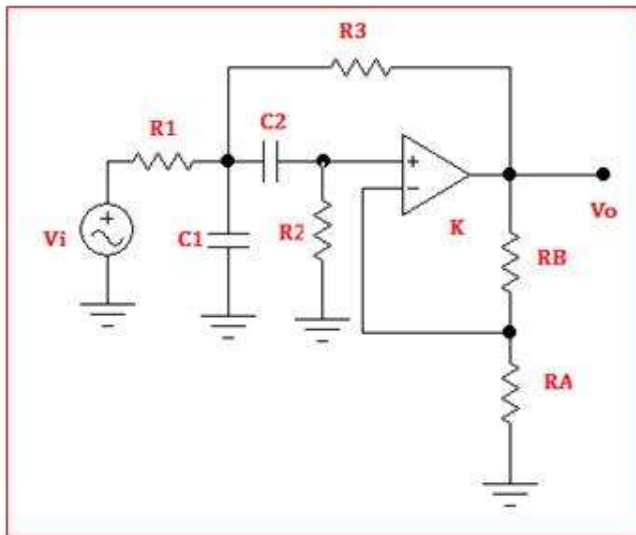
$$H_o = K$$

Con componentes iguales:

$$R_1=R_2=R, C_1=C_2=C$$

$$\omega_o=1/(R*C), Q=1/(3-K)$$

FILTRO KRC PASA BANDA



K=Ganancia del AO

$$K=1+R_B/R_A$$

Función De transferencia

$$H(s) = V_o / V_i$$

$$H(s) = H_o * \frac{j\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)/Q}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j\frac{\omega}{\omega_o} \frac{1}{Q}}$$

$$H_o = K / (4-K)$$

Con componentes iguales:

$$R_1=R_2=R_3=R, C_1=C_2=C$$

$$\omega_o=1.41/(R*C), Q=1.41/(4-K)$$

BW: ancho de banda BW=f_o/Q

$$\omega_L = \omega_o * \left(\sqrt{1 + 1/(4Q^2)} - \frac{1}{2Q} \right)$$

$$\omega_H = \omega_o * \left(\sqrt{1 + 1/(4Q^2)} + 1/2Q \right)$$

EJEMPLO

Diseñar un filtro pasa banda de segundo orden con $f_0=1$ KHz y $BW=100$ Hz, hallar la ganancia del filtro. Suponer: $C_1=C_2= 10$ nF, $R_A=10K\Omega$

Solución

$$\omega_0=1.41 / (R \cdot C), \quad 2 \cdot 3.14 \cdot 1000 = 1.41 / (R \cdot 10 \text{ nF}), \quad R=22.5K\Omega$$

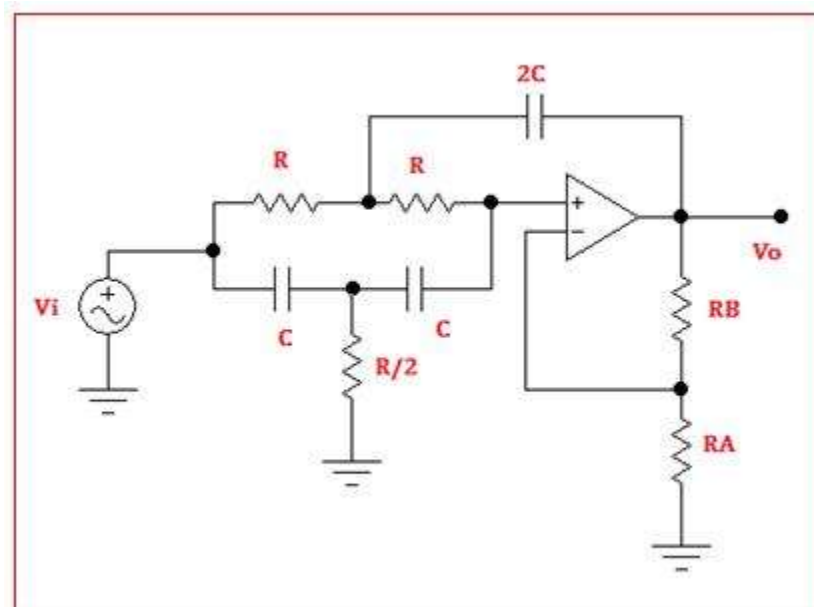
$$BW=f_0 / Q, \quad 100=1000/Q, \quad Q=10$$

$$Q=1.41 / (4-K), \quad 10 = 1.41/(4-K), \quad K=3.86$$

$$K=1+R_B/R_A, \quad 3.86=1+R_B/10K\Omega, \quad R_B=28.6K\Omega$$

$$\text{ganancia del filtro: } H_0=K / (4-K), \quad H_0=3.86/(4-3.86)=27.6$$

FILTRO KRC RECHAZA BANDA-NOTCH



R-R: trayectoria en baja frecuencia

C-C: trayectoria en alta frecuencia

Función de transferencia:

$$H(s) = V_o / V_i$$

$$H(s) = H_o * \frac{1 - \left(\frac{w}{w_o}\right)^2}{1 - \left(\frac{w}{w_o}\right)^2 + \left(\frac{jw}{w_o}\right)/Q}$$

w_o : es la frecuencia Notch

$H_o = K$ (Ganancia del operacional)

$$w_o = 1/(R*C), \quad Q = 1/(4-2*K)$$

EJEMPLO

Diseñe un filtro Notch de segundo orden que tenga una frecuencia de resonancia de 60 Hz y un ancho de banda de 5 Hz, determinar la ganancia del filtro. Suponga $C = 100 \text{ nF}$

Solución

$f_o = 60 \text{ Hz}$, $BW = 5 \text{ Hz}$

$$w_o = 1 / (R*C), \quad 2*\pi*f_o = 2*3.14*60 = 1 / (R*100\text{nF}), \quad R = 26.5 \text{ K}\Omega$$

$$R/2 = 13.2\text{K}\Omega, \quad 2C = 200 \text{ nF}$$

$BW = f_o / Q$, $5 = 60/Q$, $Q = 12$ (esta es la selectividad)

$$Q = 1 / (4 - 2*K), \quad 12 = 1 / (4 - 2*K), \quad K \approx 1.96, \quad H_o = K = 1.96$$

$K = 1 + R_B/R_A$, $1.96 = 1 + R_B/R_A$, $R_B / R_A = 0.96$, Se escoge,

$$R_A = 10\text{K}\Omega, \quad R_B = 9.6\text{K}\Omega$$

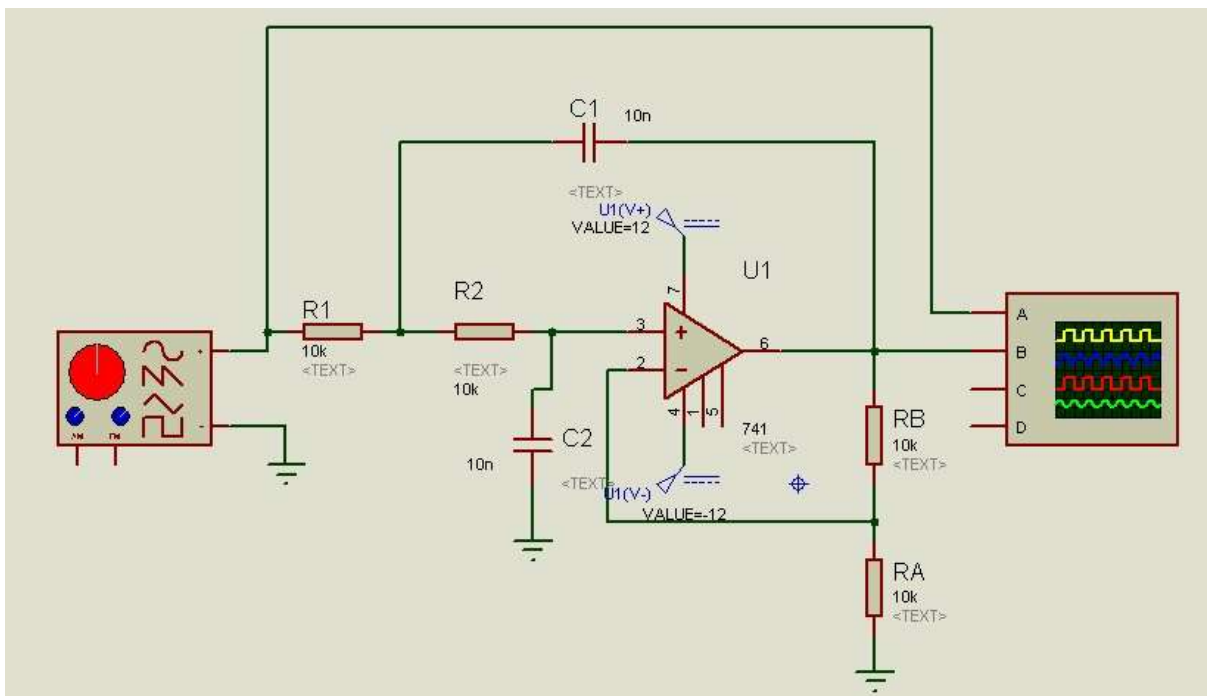
CURSO: ELECTRÓNICA ANALÓGICA

UNIDAD 4: FILTROS ACTIVOS - SIMULACIÓN

Se van a simular los tres filtros activos básicos: Filtro pasa bajos, Filtro pasa altos y el Filtro pasa banda usando el amplificador diferencial LM741

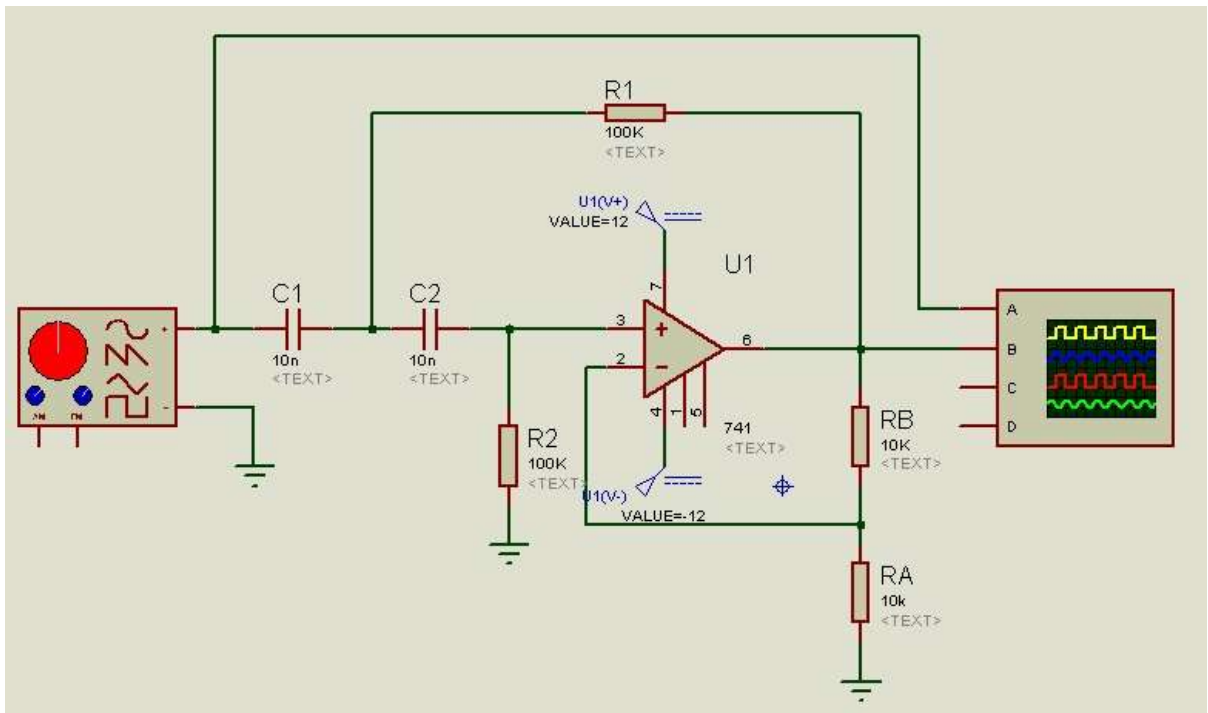
1. FILTRO PASA BAJO

Simule el circuito de la figura en Proteus. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida la frecuencia de corte del filtro. Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente.



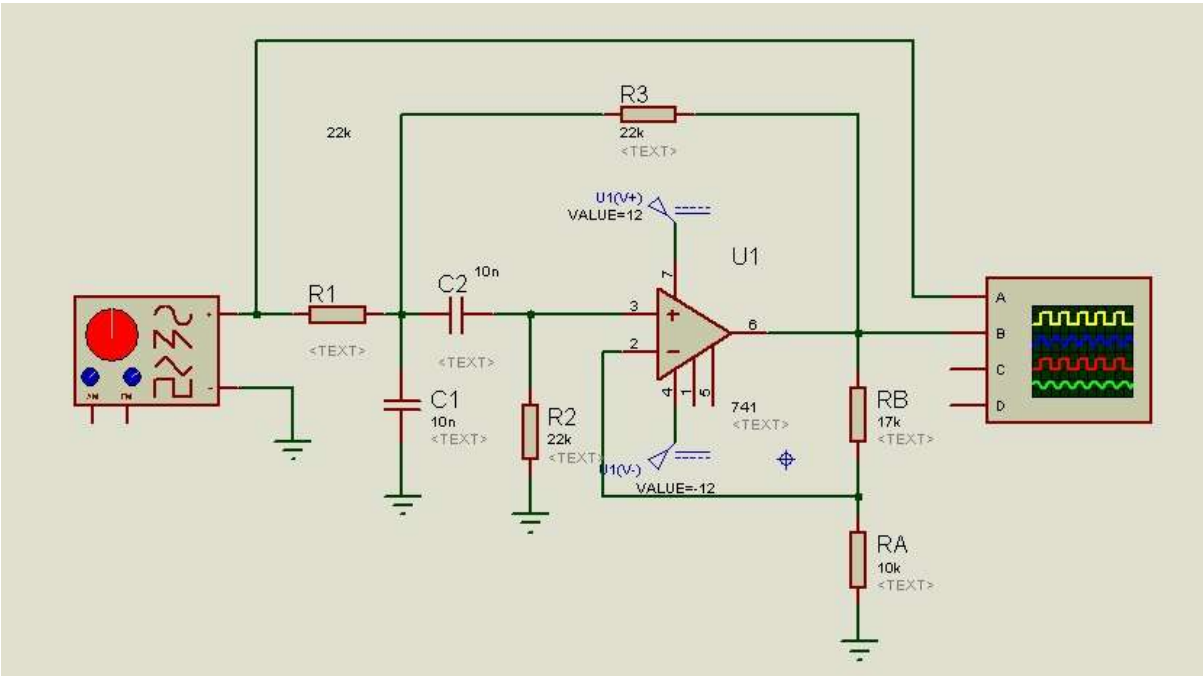
2. FILTRO PASA ALTO

Simule el circuito de la figura en Proteus. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida la frecuencia de corte del filtro. Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente.



3. FILTRO PASA BANDA

Simule el circuito de la figura en Proteus. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida las frecuencias de corte del filtro, f_L y f_H . Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente. ¿Cuál es el ancho de banda?



CURSO: ELECTRÓNICA ANALÓGICA

UNIDAD 4: FILTROS ACTIVOS - LABORATORIO

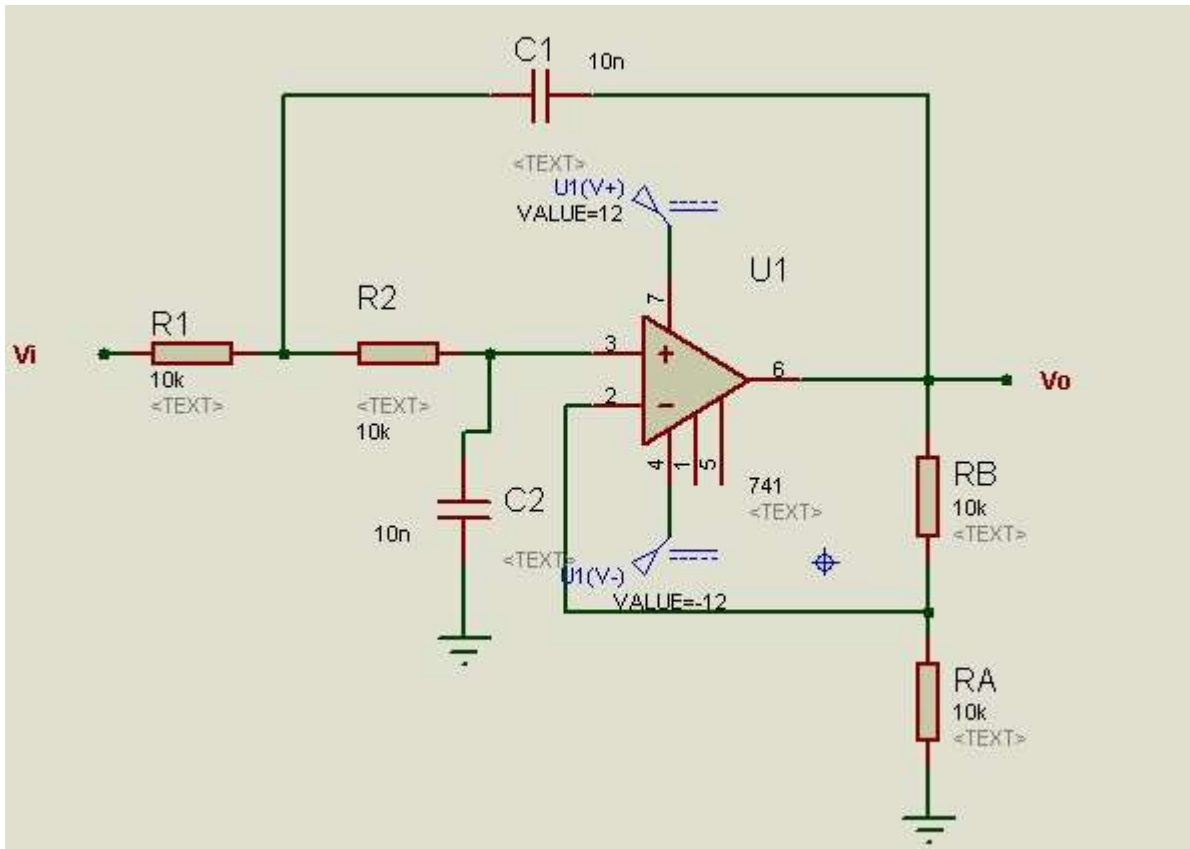
Se van a implementar los tres filtros activos básicos: Filtro pasa bajos, Filtro pasa altos y el Filtro pasa banda usando el amplificador diferencial LM741.

EQUIPO Y MATERIAL NECESARIO

- Fuente de $\pm 12V$
- Generador de señales
- Osciloscopio
- Multímetro
- Protoboard
- Circuitos integrados: LM741
- Condensadores: dos de 10 nF
- Resistencias a 1/4W de: 4x10K Ω , 2x100k Ω , 3x22K Ω , 18K Ω
- Conectores

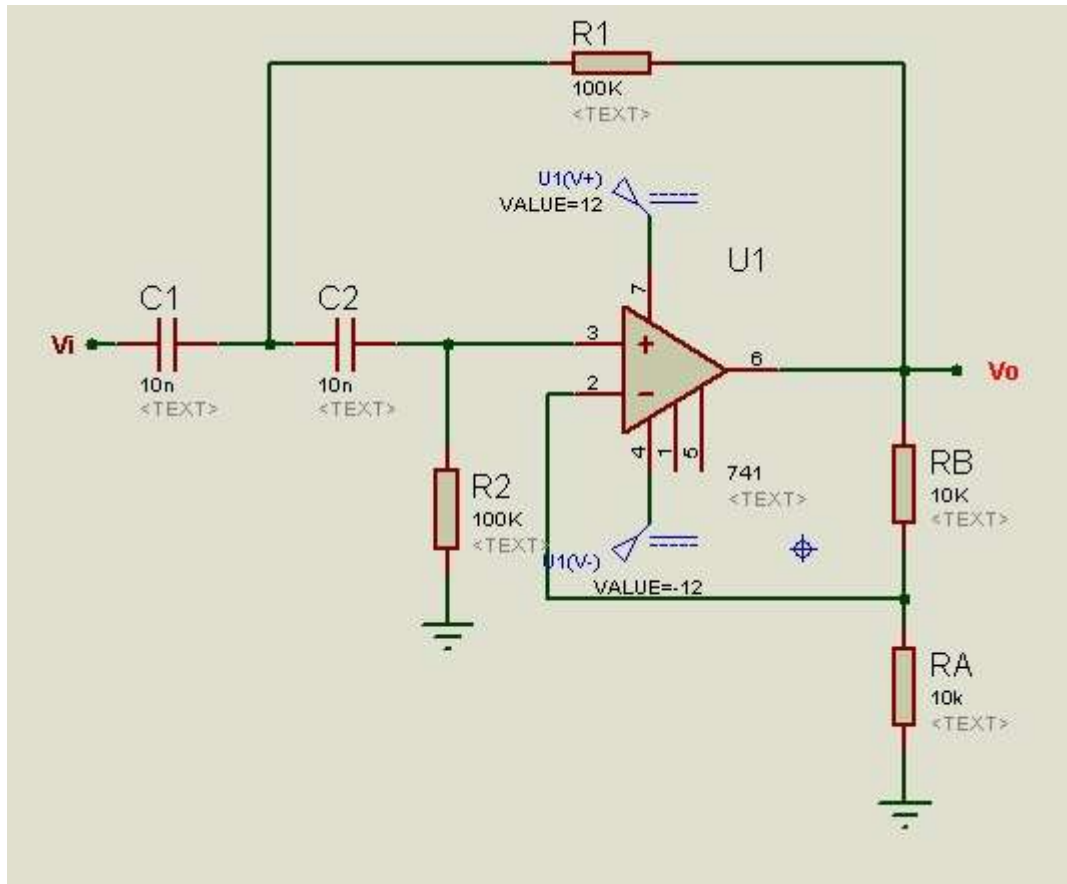
PASO1: FILTRO PASA BAJO

Implemente el circuito de la figura en protoboard. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida la frecuencia de corte del filtro. Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente.



PASO2: FILTRO PASA ALTO

Igual que el paso anterior, implemente el circuito de la figura en protoboard. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida la frecuencia de corte del filtro. Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente.



PASO3: FILTRO PASA BANDA

Implemente el circuito de la figura. Introduzca una señal senoidal de 1V y aumente la frecuencia de la señal a partir de 100Hz. Observe en el osciloscopio la señal de salida y mida las frecuencias de corte del filtro, f_L y f_H . Encuentre la ganancia del filtro en frecuencias medias. Compruebe estos resultados teóricamente. ¿Cuál es el ancho de banda?

